Magnonen

Johannes Hofmann und Daniel Heß

Institut für Theoretische Physik
Goethe Universität Frankfurt am Main

09. Februar 2011

GOETHE UNIVERSITÄT FRANKFURT AM MAIN

Inhaltsverzeichnis

Einleitung

- bisher Spin der Elektronen und Gitterionen (fast) unbeachtet
  $\rightarrow$ nur Pauliprinzip
- falls Gitterionen Spin $\longrightarrow$ Kollektivanregungen möglich $\Rightarrow$ **Spinwellen**
- zugeordnete Quanten: **Magnonen**

Der Heisenberg-Hamiltonian

Wir betrachten einen ferromagnetischen Zustand (eine einheitliche Ausrichtung des Spins). Dieser wird durch die Austausch-Wechselwirkung zwischen den Gesamtspins der verschiedenen Gitterionen verursacht.

Beschreibung durch Heisenberg-Hamiltonian:

$$H = -\sum_{i \neq j} J_{ij}\, \mathbf{S_i} \cdot \mathbf{S_j} \tag{1}$$

J_{ij}: Austausch-Integral

$\mathbf{S_i}$: vektorielle Spin-Operatoren des i-ten Gitterions

Summiert wird über alle Paare von Gitterionen

- s=1/2: Spin-Operatoren durch Pauli-Matrizen gegeben
- Vertauschungsrelationen: $[S_\lambda, S_\mu] = iS_\nu, \quad \lambda, \mu, \nu = x, y, z$ und zykl.

Der Heisenberg-Hamiltonian

Vereinfachungen:

- nur Wechselwirkung nächste Nachbarn $\Rightarrow \mathbf{R_j} = \mathbf{R_i} + \mathbf{R}_\delta$ mit $\delta = 1, 2, ..., \nu$
- $J_{i,i+\delta} = J$
- $\Rightarrow H = -J \sum_{i,j} \mathbf{S_i} \cdot \mathbf{S_{i+\delta}}$
- $\Phi_0 = \prod_n |s\rangle_n$

Hamiltonian und Grundzustandsenergie

$$H = -J \sum_{i,j} (S_{iz} S_{jz} + \frac{1}{2}(S_{i+} S_{j-} + S_{i-} S_{j+})) \qquad (j = i + \delta) \tag{2}$$

$$E_0 = -Js^2 \nu N \tag{3}$$

Neuer Zustand

- Neuer Zustand: $\Phi_m = S_{m-} \prod |s\rangle_n$
- $H\Phi_m = E_0\Phi_m + 2Js\sum_\delta(\Phi_m - \Phi_{m+\delta})$
- $\Rightarrow$ kein Eigenzustand

Superposition als neuer Zustand

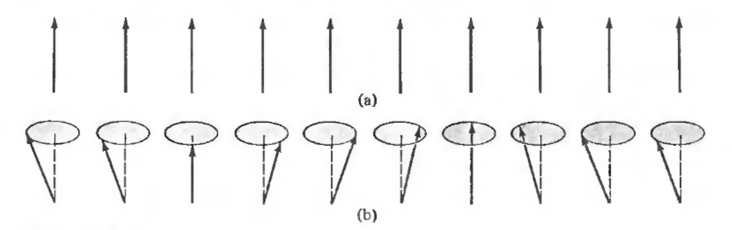
$$\Phi = \sum_m e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R_m}}\Phi_m \tag{4}$$

Dispersionsrelation

$$\underline{E_{\boldsymbol{k}} = E_0 + 2J\nu s(1 - \gamma_{\boldsymbol{k}})} \tag{5}$$

- $\gamma_k = \frac{1}{\nu}\sum_\delta e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}_\delta}$

Spinwellen



- (a) Ferromagnetischer Grundzustand (b) Spinwellenzustand

Holstein-Primakoff-Transformation

- für Quantisierung: Zustand in Teilchenzahl-Darstellung durch Zustandsvektor $|n_1, n_2 ... n_N\rangle$ für Bosenen beschreiben
- n_i = 0, 1, 2 ... 2s ; gibt an um wieviel Einheiten die s_z, der jeweiligen Ionen, vom Maximalwert abweichen
- Einführung von Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren a_j^+ a_j ergibt:

$$S_+ = \sqrt{2s - a^+ a}\, a, \quad S_- = a^+ \sqrt{2s - a^+ a}, \quad S_z = s - a^+ a \tag{6}$$

- Weiterer Schritt: Transformation auf Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren der Quanten der Spinwellen

$$a_j^+ = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R_j}} b_{\mathbf{k}}^+ \quad a_j = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_k e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R_j}} b_{\mathbf{k}} \tag{7}$$

Antiferromagnetischer Hamiltonian

- bisher: Spins nächster Nachbarn im Grundzustand parallel ausgerichtet $\rightarrow$ positives Austausch-Integral
- Fall negativer Austausch-Integrale auch möglich, in vielen Fällen sogar wahrscheinlicher $\Rightarrow$ Antiparallelstellung der Spins n.N.
- Grundzustand: zwei Teilgitter gleicher Atome, aber entgegengesetzer Spinrichtung $\Rightarrow$ Antiferromagnet

Neuer Hamiltonian

$$H = +J \sum_{i,\delta} \mathbf{S_i} \cdot \mathbf{S_{i+\delta}} \tag{8}$$

Dispersionsrelation

- Holstein-Primakoff-Transformation für jedes Teilgitter
  $\Rightarrow$ Hamiltonian mit 3 Termen:
  1. Energie ungestörten Zustand
  2. Spinwellen in Teilgitter
  3. Wechselwirkung zwischen beiden Teilgittern
- 3. Term beseitigt durch Einführung von Magnonen-Operatoren (beschreiben kombinierte Spinwellen in beiden Teilgittern)

Dispersionsrelation für antiferromagnetische Magnonen

$$E = \underline{\hbar\omega_{\mathbf{k}} = +\mathbf{2J}\nu\mathbf{s}\sqrt{\mathbf{1} - \gamma_{\mathbf{k}}^{\mathbf{2}}}} \tag{9}$$

- für kleine **k** wird $\sqrt{1 - \gamma_k^2} \sim k$ (bei Ferromagnet $\sim k^2$)