

Nicht-abelsche Systeme

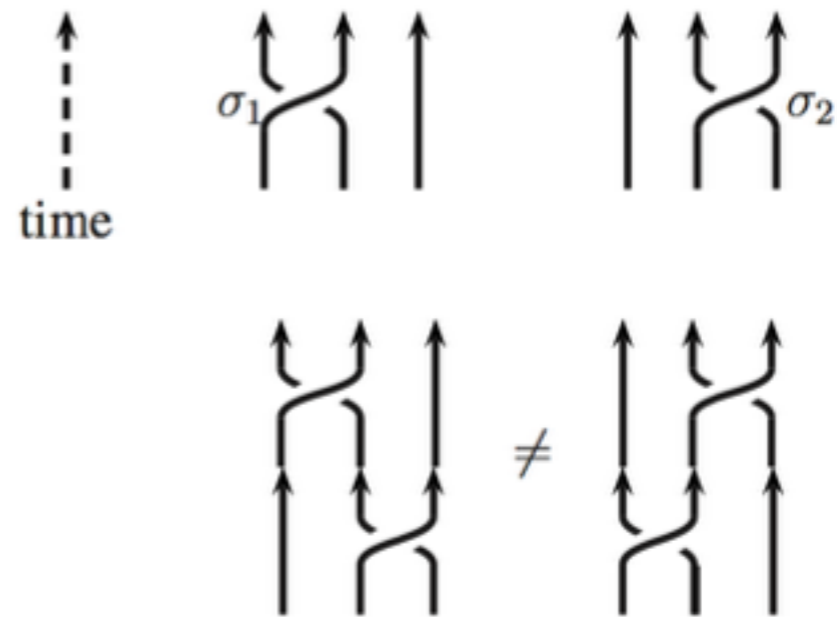
Benjamin Nasir 5.6.2016

Anyonen

- $P_{ij}\Psi(\vec{x}_1 \dots \vec{x}_i \dots \vec{x}_j \dots \vec{x}_N) = e^{i\theta}\Psi(\vec{x}_1 \dots \vec{x}_j \dots \vec{x}_i \dots \vec{x}_N)$
- Fermionen: $e^{i\theta} = -1 \Rightarrow \theta = \pi$
- Bosonen: $e^{i\theta} = +1 \Rightarrow \theta = 0$
- Anyonen: $e^{i\theta} \neq \pm 1 \Rightarrow e^{i2\theta} \neq 1$

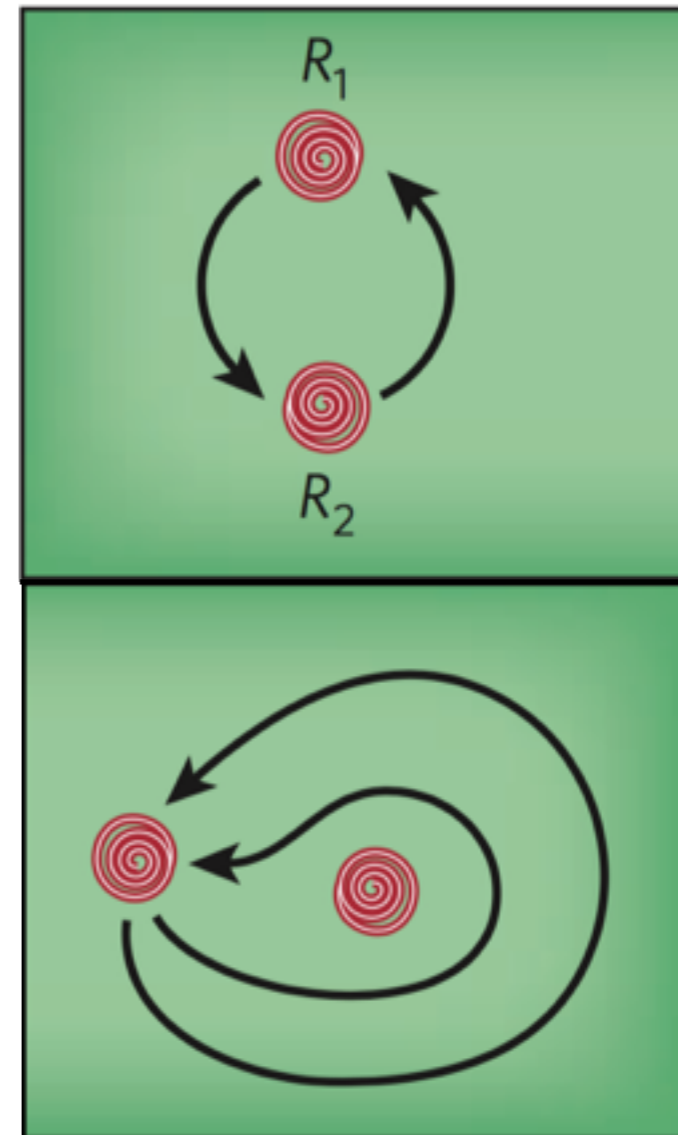
Braiding

- Vertauschung benachbarter Teilchen
- nur Fermionen und Bosonen in 3+1 Dimensionen
- zusätzlich Anyonen in 2+1 Dimensionen



Braiding

- adiabatische Änderung der Position
- Energielücke notwendig, damit ein Zustand erhalten bleibt
- Grundzustand kann sich ändern bei Entartung
- $|\Psi_\alpha(R_j)\rangle \rightarrow \rho[\sigma_{\alpha\beta}] |\Psi_\beta(R_j)\rangle$



Fluid

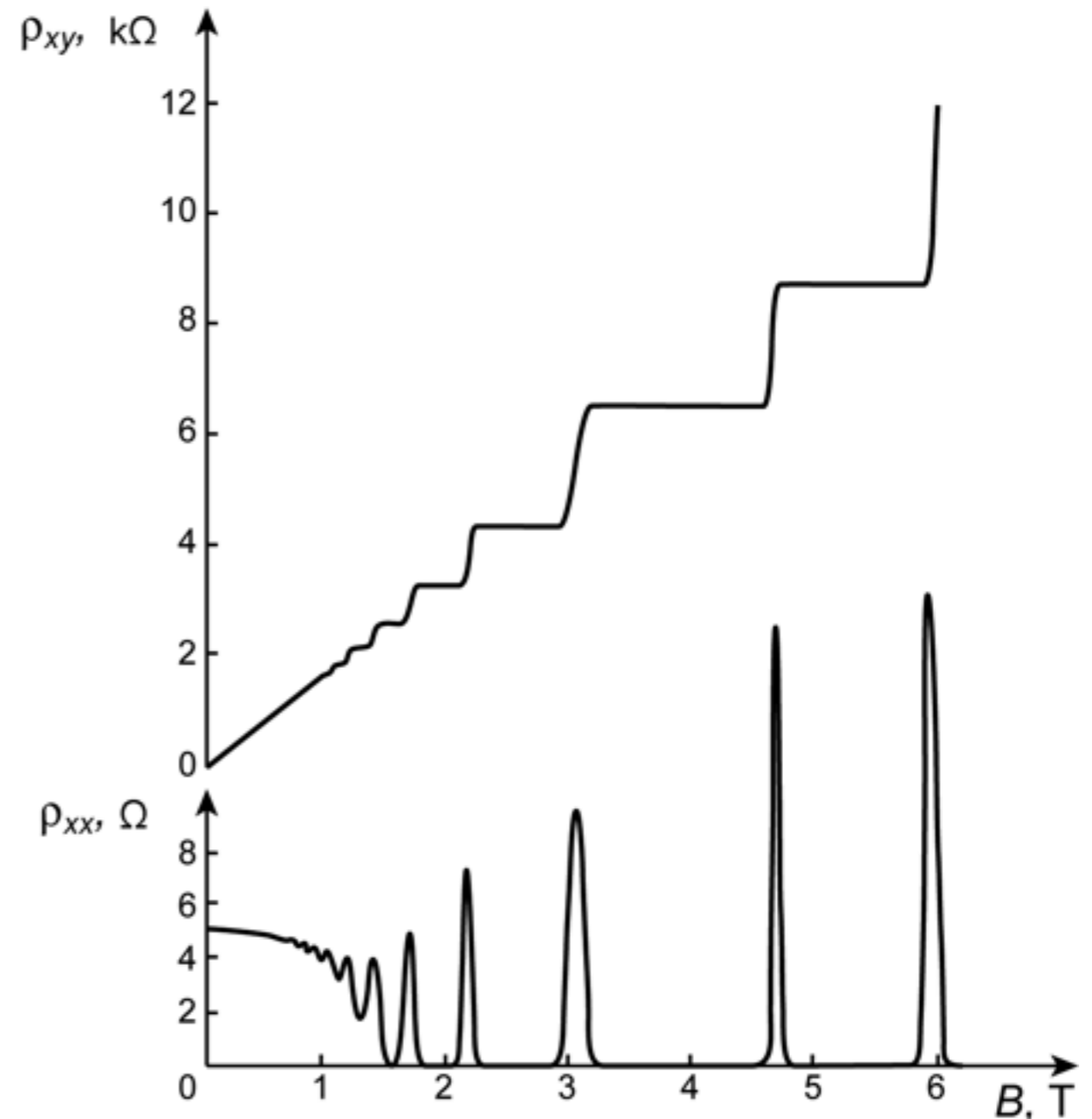
Charakteristika

- Energielücke zwischen Anregungen und Grundzustand
- Entarteter Grundzustand
- Entartung muss vor Störungen geschützt sein
- Braiding führt zu Wechsel des Grundzustandes

Quanten Hall Effekt

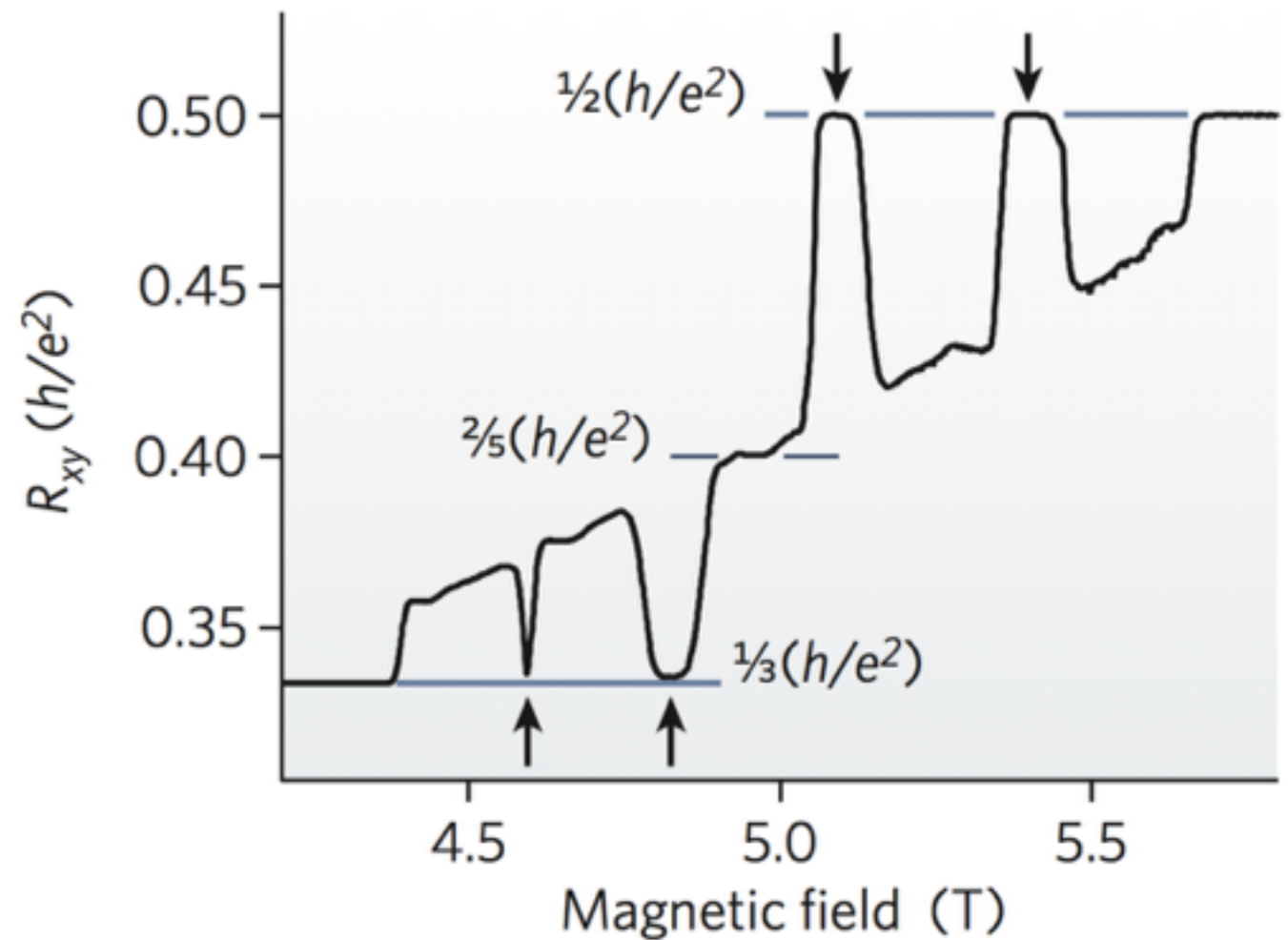
- $\sigma_{xy} = \frac{\nu e^2}{h}$, $\nu = \frac{nhc}{eB}$
- robuste und widerstandsfreie Anregungen am Rand
- stark entarteter Grundzustand

$$N_{\Phi} = \frac{BA}{\Phi_0}$$



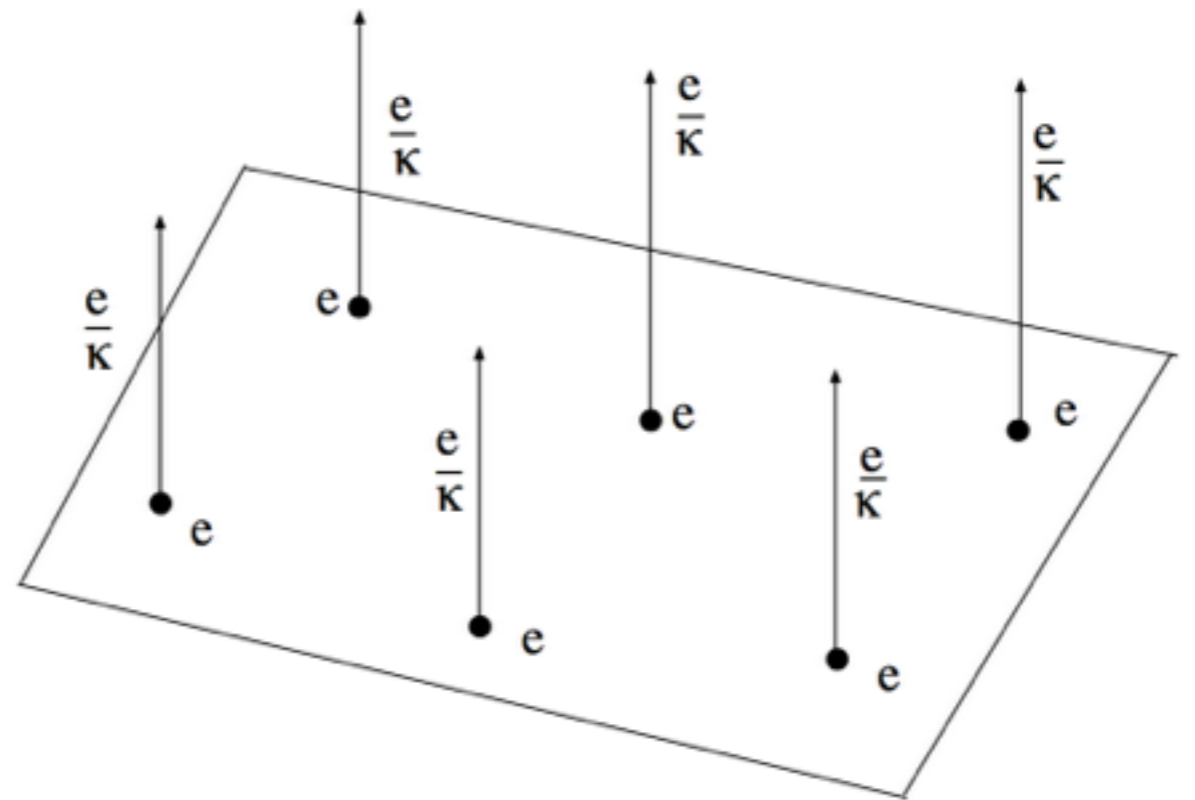
FQHE

- $\nu = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{2}{7} \right\}$
- inkompressibles 2D Fluid
- Energielücke trennt Anregungen vom Grundzustand
- Entartete Grundzustände - aber nicht in reellen Systemen



Topologische Feldtheorie

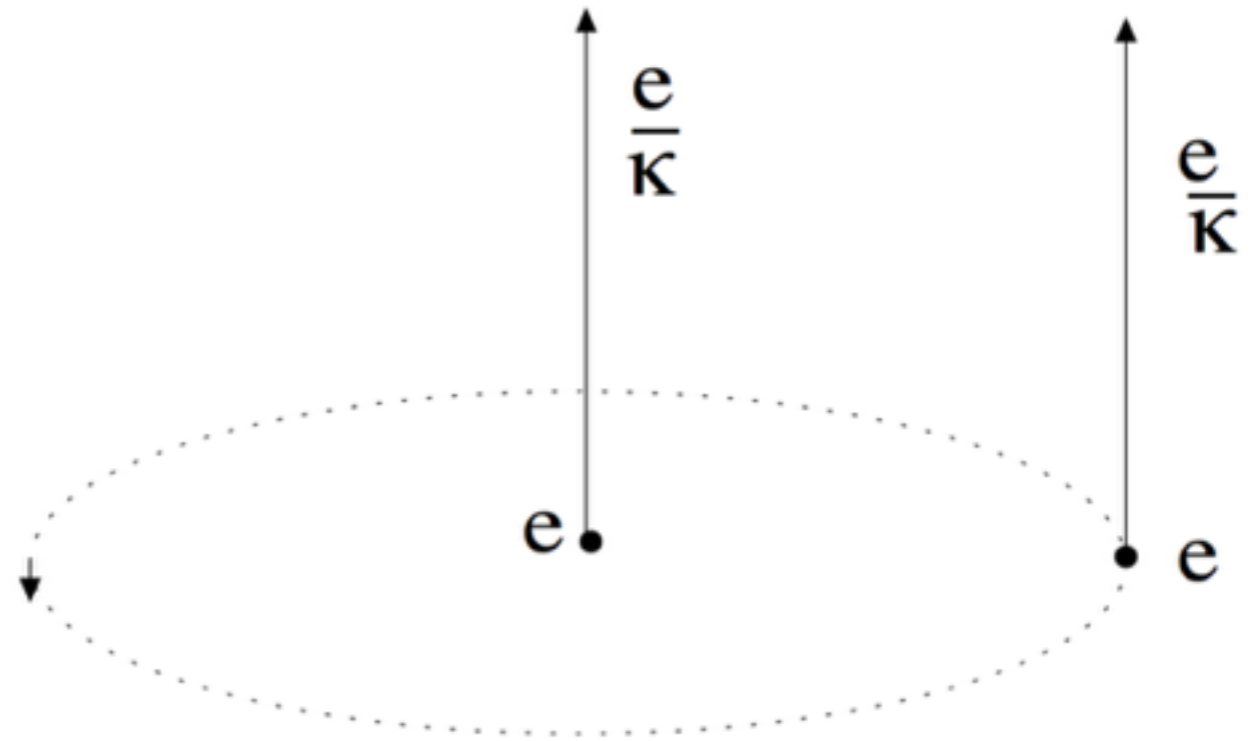
- Chern-Simons Theorie
- $\mathcal{L}_{CS} = \frac{\kappa}{2} \varepsilon^{\mu\nu\rho} a_\mu \partial_\nu a_\rho - a_\mu j^\mu$
- $H = \frac{1}{2m} \sum_{n=1}^N [\vec{p}_n - e\vec{a}(x_n)]^2$
- $\rho = \kappa b, j^i = \kappa \varepsilon^{ij} E_j$
- magnetischer Fluss haftet an der Ladung -> composite fermion



Topologische Feldtheorie

$$\exp \left(i e \oint_C \vec{a} \cdot d\vec{x} \right) = \exp \left(\frac{i e^2}{\kappa} \right)$$

$$2\pi \Delta\theta = \frac{e^2}{2\kappa}$$

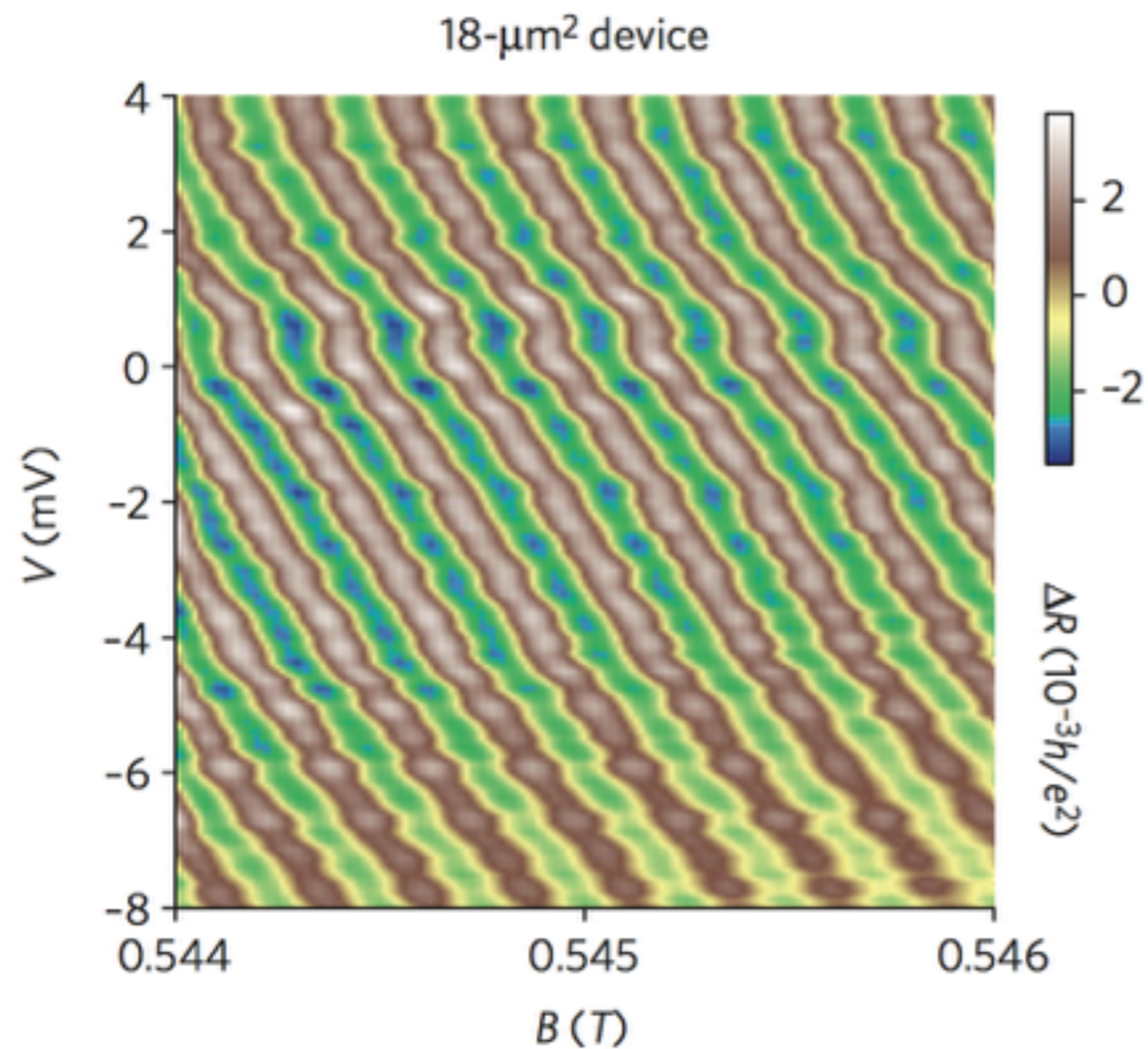


Aharonov-Bohm Effekt

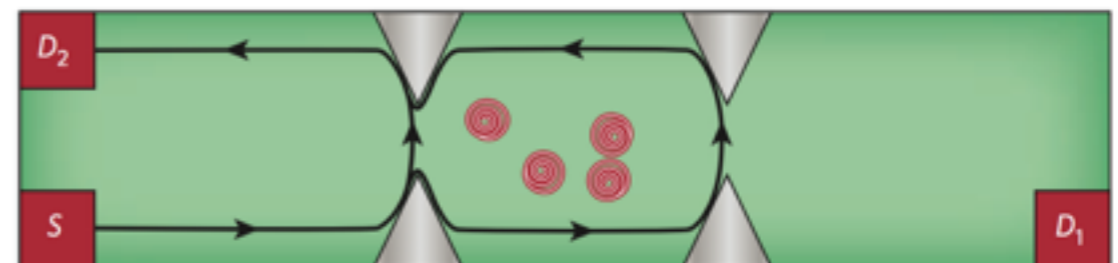
5/2 FQHE

- zwei gefüllte und ein halb gefülltes Landau Level
- zwei Flussquanten pro Elektron $\rightarrow q = e/4$
- Bildung von p-Wellen Cooper-Paaren
- Vortices durch Variation des Magnetfeldes
- Majorana Fermion im Vortex erzeugt Entartung

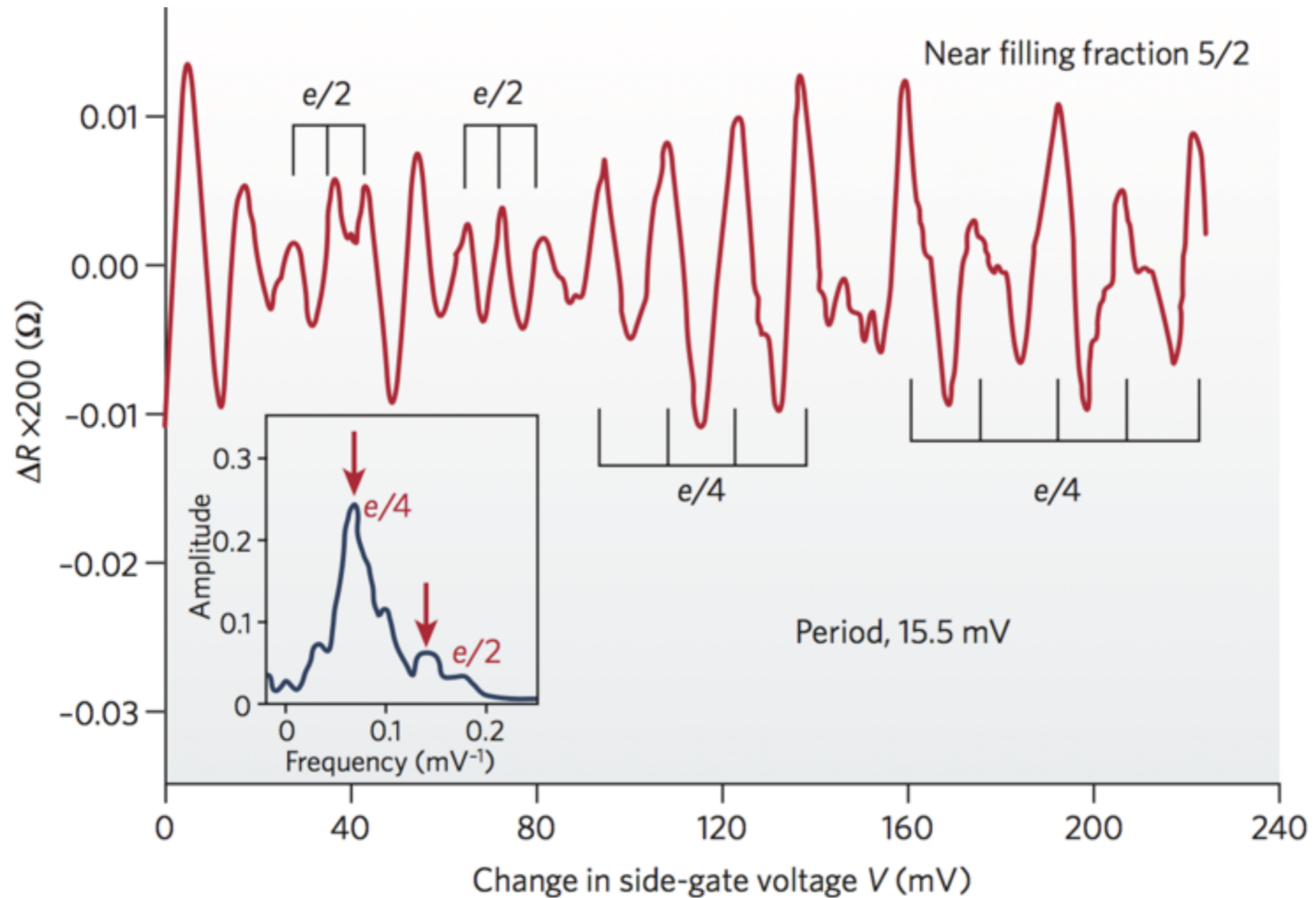
Interferometrie



- Fabry-Pérot Interferometer
- Aharonov-Bohm Phase im Magnetfeld ändert sich
- Gerade Anzahl an Anyonen muss umschlossen sein



Interferometry



andere Kandidaten

- p-Wellen Supraleiter
 - kalte fermionische Atome, Helium-3
- Hybrid Systeme
 - topologische Supraleitung durch Proximity

Ausblick

- Verbesserung der Messmethoden für robuste Zustände
- Realisierung eines qubits -> Quantencomputer

Quellen

- Nayak et al. Rev. Mod. Phys. 80, 1083 (2008)
- Ady Stern, Nature 464, 187 (2010)
- Gerald V. Dunne, <http://cds.cern.ch/record/379553/files/9902115.pdf>
- T. H. Hanson, <http://users.physik.fu-berlin.de/~pelster/Anyon1/hansson.pdf>
- Xiao-Gang Wen, Adv. Phys. 44, 405 (1995)