

# Higgs-Mechanismus in der Festkörperphysik

Rüdiger Krämer

6.7.2016

# Gliederung

- 1 Einführung
- 2 Mathematische Beschreibung
  - anschaulich
  - in Formeln
- 3 Konkrete Systeme
  - Superfluides Helium
  - Supraleitung
- 4 Messung der Higgs-Mode
- 5 Quellen

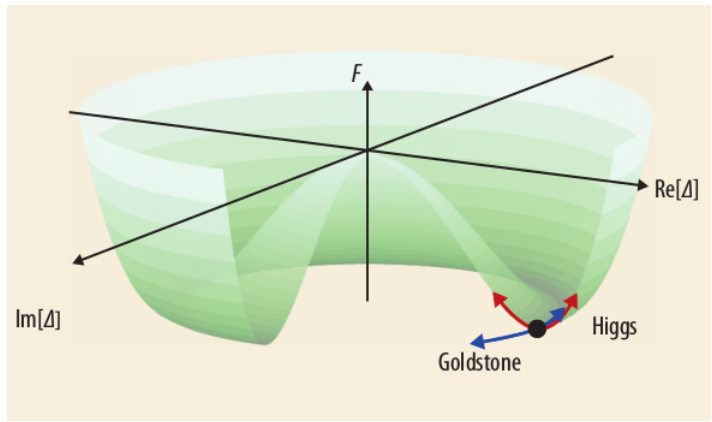
- in Festkörperphysik meist verbunden mit Supraleitung
- bekannt: Anregungen durch Symmetriebrechung (z.B. Goldstone-Bosonen)

- in Festkörperphysik meist verbunden mit Supraleitung
- bekannt: Anregungen durch Symmetriebrechung (z.B. Goldstone-Bosonen)
- Higgs-Mode (amplitude mode) ist massiv

- in Festkörperphysik meist verbunden mit Supraleitung
- bekannt: Anregungen durch Symmetriebrechung (z.B. Goldstone-Bosonen)
- Higgs-Mode (amplitude mode) ist massiv
- Brechung  $U(1)$ -Symmetrie  $\Rightarrow$  'Mexican Hat'-Potential  
Ausbildung von Higgs-Mode möglich

- in Festkörperphysik meist verbunden mit Supraleitung
- bekannt: Anregungen durch Symmetriebrechung (z.B. Goldstone-Bosonen)
- Higgs-Mode (amplitude mode) ist massiv
- Brechung  $U(1)$ -Symmetrie  $\Rightarrow$  'Mexican Hat'-Potential  
Ausbildung von Higgs-Mode möglich

# 'Mexican Hat'



# Ginzburg-Landau

- Ginzburg & Landau : komplexer Ordnungsparameter  
 $\Psi(\vec{r}, t) = |\Psi(\vec{r}, t)|e^{i\Phi(\vec{r}, t)}$
- $S_{static} = \int dt \int d^3r [-a\Psi^*\Psi + \frac{U}{2}(\Psi^*\Psi)^2 + \xi^2(\nabla\Psi^*)(\nabla\Psi)]$



# Ginzburg-Landau

- Ginzburg & Landau : komplexer Ordnungsparameter  
 $\Psi(\vec{r}, t) = |\Psi(\vec{r}, t)|e^{i\Phi(\vec{r}, t)}$
- $S_{static} = \int dt \int d^3r [-a\Psi^*\Psi + \frac{U}{2}(\Psi^*\Psi)^2 + \xi^2(\nabla\Psi^*)(\nabla\Psi)]$
- $S_{dynamic} = \int dt \int d^3r \{ iK_1\Psi^*(\vec{r}, t)\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{r}, t) - K_2[\frac{\partial}{\partial t}\Psi^*(\vec{r}, t)][\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{r}, t)] \}$

# Ginzburg-Landau

- Ginzburg & Landau : komplexer Ordnungsparameter  
 $\Psi(\vec{r}, t) = |\Psi(\vec{r}, t)|e^{i\Phi(\vec{r}, t)}$
- $S_{static} = \int dt \int d^3r [-a\Psi^*\Psi + \frac{U}{2}(\Psi^*\Psi)^2 + \xi^2(\nabla\Psi^*)(\nabla\Psi)]$
- $S_{dynamic} = \int dt \int d^3r \{ iK_1\Psi^*(\vec{r}, t)\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{r}, t) - K_2[\frac{\partial}{\partial t}\Psi^*(\vec{r}, t)][\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{r}, t)] \}$
- $S = S_{static} + S_{dynamic}$

# Ginzburg-Landau

- Ginzburg & Landau : komplexer Ordnungsparameter  
 $\Psi(\vec{r}, t) = |\Psi(\vec{r}, t)|e^{i\Phi(\vec{r}, t)}$
- $S_{static} = \int dt \int d^3r [-a\Psi^*\Psi + \frac{U}{2}(\Psi^*\Psi)^2 + \xi^2(\nabla\Psi^*)(\nabla\Psi)]$
- $S_{dynamic} = \int dt \int d^3r \{ iK_1\Psi^*(\vec{r}, t)\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{r}, t) - K_2[\frac{\partial}{\partial t}\Psi^*(\vec{r}, t)][\frac{\partial}{\partial t}\Psi(\vec{r}, t)] \}$
- $S = S_{static} + S_{dynamic}$

- $\frac{\delta S}{\delta \Psi^*} = 0$  ;  $\frac{\delta S}{\delta \Psi} = 0$
- $\Psi(\vec{r}, t) - \Psi_0 \approx \delta \Psi(\vec{r}, t) + i\Psi_0 \Phi(\vec{r}, t) + \dots \equiv$   
 $\delta_a(\vec{r}, t) + i\delta_{ph}(\vec{r}, t) + \dots$

- $\frac{\delta S}{\delta \Psi^*} = 0$  ;  $\frac{\delta S}{\delta \Psi} = 0$
- $\Psi(\vec{r}, t) - \Psi_0 \approx \delta \Psi(\vec{r}, t) + i \Psi_0 \Phi(\vec{r}, t) + \dots \equiv \delta_a(\vec{r}, t) + i \delta_{ph}(\vec{r}, t) + \dots$
- $(2a + \xi^2 q^2 - K_2 \omega^2) \delta_a + i K_1 \omega \delta_{ph} = 0$   
 $-i K_1 \omega \delta_a + (\xi^2 q^2 - K_2 \omega^2) \delta_{ph} = 0$

- $\frac{\delta S}{\delta \Psi^*} = 0$  ;  $\frac{\delta S}{\delta \Psi} = 0$
- $\Psi(\vec{r}, t) - \Psi_0 \approx \delta \Psi(\vec{r}, t) + i\Psi_0 \Phi(\vec{r}, t) + \dots \equiv \delta_a(\vec{r}, t) + i\delta_{ph}(\vec{r}, t) + \dots$
- $(2a + \xi^2 q^2 - K_2 \omega^2) \delta_a + iK_1 \omega \delta_{ph} = 0$   
 $-iK_1 \omega \delta_a + (\xi^2 q^2 - K_2 \omega^2) \delta_{ph} = 0$

- $K_2 = 0$  ;  $K_1 \neq 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{2r + (\xi q)^2}{K_1^2} (\xi q)^2$
- keine Higgs-Mode

- $K_2 = 0$  ;  $K_1 \neq 0$   $\Rightarrow \omega^2 = \frac{2r+(\xi q)^2}{K_1^2} (\xi q)^2$
- keine Higgs-Mode
- $K_1 = 0$  ;  $K_2 \neq 0$   $\Rightarrow \omega^2 = \frac{2r+(\xi q)^2}{K_2^2}$  ;  $\omega^2 = \frac{(\xi q)^2}{K_2^2}$



- $K_2 = 0$  ;  $K_1 \neq 0$   $\Rightarrow$   $\omega^2 = \frac{2r+(\xi q)^2}{K_1^2} (\xi q)^2$
- keine Higgs-Mode
- $K_1 = 0$  ;  $K_2 \neq 0$   $\Rightarrow$   $\omega^2 = \frac{2r+(\xi q)^2}{K_2^2}$  ;  $\omega^2 = \frac{(\xi q)^2}{K_2^2}$
- eine Higgs-Mode und eine Goldstone-Mode

- $K_2 = 0$  ;  $K_1 \neq 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{2r+(\xi q)^2}{K_1^2} (\xi q)^2$
- keine Higgs-Mode
- $K_1 = 0$  ;  $K_2 \neq 0 \Rightarrow \omega^2 = \frac{2r+(\xi q)^2}{K_2^2}$  ;  $\omega^2 = \frac{(\xi q)^2}{K_2^2}$
- eine Higgs-Mode und eine Goldstone-Mode
- $K_1 \neq 0$  ;  $K_2 \neq 0 \Rightarrow \omega_{q=0} = \frac{\sqrt{2r+K_1^2}}{K_2}$

- $K_2 = 0$  ;  $K_1 \neq 0$   $\Rightarrow$   $\omega^2 = \frac{2r+(\xi q)^2}{K_1^2} (\xi q)^2$
- keine Higgs-Mode
- $K_1 = 0$  ;  $K_2 \neq 0$   $\Rightarrow$   $\omega^2 = \frac{2r+(\xi q)^2}{K_2^2}$  ;  $\omega^2 = \frac{(\xi q)^2}{K_2^2}$
- eine Higgs-Mode und eine Goldstone-Mode
- $K_1 \neq 0$  ;  $K_2 \neq 0$   $\Rightarrow$   $\omega_{q=0} = \frac{\sqrt{2r+K_1^2}}{K_2}$

# Superfluides Helium

- $H = \int d^3r (|\nabla\Psi|^2 + a|\Psi|^2 + u|\Psi|^4)$
- $\langle \Psi \rangle = \left(\frac{-a}{2u}\right)^{1/2} = \rho_0^{1/2}$

# Superfluides Helium

- $H = \int d^3r (|\nabla\Psi|^2 + a|\Psi|^2 + u|\Psi|^4)$
- $\langle \Psi \rangle = \left(\frac{-a}{2u}\right)^{1/2} = \rho_0^{1/2}$
- $-i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = H\Psi$

# Superfluides Helium

- $H = \int d^3r (|\nabla\Psi|^2 + a|\Psi|^2 + u|\Psi|^4)$
- $\langle \Psi \rangle = (\frac{-a}{2u})^{1/2} = \rho_0^{1/2}$
- $-i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = H\Psi$
- $\Psi(\vec{r}, t) = [\rho_0 + \delta\rho(\vec{r}, t)]^{1/2} e^{i\Phi(\vec{r}, t)}$

# Superfluides Helium

- $H = \int d^3r (|\nabla\Psi|^2 + a|\Psi|^2 + u|\Psi|^4)$
- $\langle \Psi \rangle = \left(\frac{-a}{2u}\right)^{1/2} = \rho_0^{1/2}$
- $-i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = H\Psi$
- $\Psi(\vec{r}, t) = [\rho_0 + \delta\rho(\vec{r}, t)]^{1/2} e^{i\Phi(\vec{r}, t)}$
- $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{pmatrix} \Phi \\ \frac{\delta\rho}{\rho_0} \end{pmatrix} = \nabla^2 \begin{pmatrix} \Phi \\ \frac{\delta\rho}{\rho_0} \end{pmatrix} + \nabla^4 \begin{pmatrix} \Phi \\ \frac{\delta\rho}{\rho_0} \end{pmatrix}$

# Superfluides Helium

- $H = \int d^3r (|\nabla\Psi|^2 + a|\Psi|^2 + u|\Psi|^4)$
- $\langle \Psi \rangle = \left(\frac{-a}{2u}\right)^{1/2} = \rho_0^{1/2}$
- $-i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = H\Psi$
- $\Psi(\vec{r}, t) = [\rho_0 + \delta\rho(\vec{r}, t)]^{1/2} e^{i\Phi(\vec{r}, t)}$
- $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{pmatrix} \Phi \\ \frac{\delta\rho}{\rho_0} \end{pmatrix} = \nabla^2 \begin{pmatrix} \Phi \\ \frac{\delta\rho}{\rho_0} \end{pmatrix} + \nabla^4 \begin{pmatrix} \Phi \\ \frac{\delta\rho}{\rho_0} \end{pmatrix}$
- $\omega^2 = k^2 + k^4 \Rightarrow$  keine Higgs-Mode



# Superfluides Helium

- $H = \int d^3r (|\nabla\Psi|^2 + a|\Psi|^2 + u|\Psi|^4)$
- $\langle \Psi \rangle = \left(\frac{-a}{2u}\right)^{1/2} = \rho_0^{1/2}$
- $-i\frac{\partial\Psi}{\partial t} = H\Psi$
- $\Psi(\vec{r}, t) = [\rho_0 + \delta\rho(\vec{r}, t)]^{1/2} e^{i\Phi(\vec{r}, t)}$
- $\frac{\partial^2}{\partial t^2} \begin{pmatrix} \Phi \\ \frac{\delta\rho}{\rho_0} \end{pmatrix} = \nabla \begin{pmatrix} \Phi \\ \frac{\delta\rho}{\rho_0} \end{pmatrix} + \nabla^4 \begin{pmatrix} \Phi \\ \frac{\delta\rho}{\rho_0} \end{pmatrix}$
- $\omega^2 = k^2 + k^4 \Rightarrow$  keine Higgs-Mode

# Supraleitung

- $\Phi_{\vec{k},\alpha} = \begin{pmatrix} c_{\vec{k},\uparrow} \\ c_{-\vec{k},\downarrow}^\dagger \end{pmatrix}; \quad \Phi_{\vec{k},\alpha}^\dagger = (c_{\vec{k},\uparrow}^\dagger \quad c_{-\vec{k},\downarrow})$
- $\Phi_{\vec{k},\beta} = \begin{pmatrix} c_{\vec{k},\downarrow} \\ c_{-\vec{k},\uparrow}^\dagger \end{pmatrix}; \quad \Phi_{\vec{k},\beta}^\dagger = (c_{\vec{k},\downarrow}^\dagger \quad c_{-\vec{k},\uparrow})$
- $H = \sum_{\vec{k},\alpha} \Phi_{\vec{k},\alpha}^\dagger \epsilon_{\vec{k}} \tau_3 \Phi_{\vec{k},\alpha} +$   
 $\sum_{\vec{k},\vec{k}',\vec{q},\alpha,\beta} V(\vec{k},\vec{k}',\vec{q}) \Phi_{\vec{k}+\vec{q},\alpha}^\dagger \tau_3 \Phi_{\vec{k}+\vec{q},\alpha} \Phi_{\vec{k}'-\vec{q},\beta}^\dagger \tau_3 \Phi_{\vec{k}',\beta}$

# Supraleitung

- $\Phi_{\vec{k},\alpha} = \begin{pmatrix} c_{\vec{k},\uparrow} \\ c_{-\vec{k},\downarrow}^\dagger \end{pmatrix}; \quad \Phi_{\vec{k},\alpha}^\dagger = (c_{\vec{k},\uparrow}^\dagger \quad c_{-\vec{k},\downarrow})$
- $\Phi_{\vec{k},\beta} = \begin{pmatrix} c_{\vec{k},\downarrow} \\ c_{-\vec{k},\uparrow}^\dagger \end{pmatrix}; \quad \Phi_{\vec{k},\beta}^\dagger = (c_{\vec{k},\downarrow}^\dagger \quad c_{-\vec{k},\uparrow})$
- $H = \sum_{\vec{k},\alpha} \Phi_{\vec{k},\alpha}^\dagger \epsilon_{\vec{k}} \tau_3 \Phi_{\vec{k},\alpha} +$   
 $\sum_{\vec{k},\vec{k}',\vec{q},\alpha,\beta} V(\vec{k}, \vec{k}', \vec{q}) \Phi_{\vec{k}+\vec{q},\alpha}^\dagger \tau_3 \Phi_{\vec{k}+\vec{q},\alpha} \Phi_{\vec{k}'-\vec{q},\beta}^\dagger \tau_3 \Phi_{\vec{k}',\beta}$
- $H = H_{BCS} + H_1$   
 $H_{BCS} = \sum_{\vec{k},\alpha} \Phi_{\vec{k},\alpha}^\dagger (\epsilon_{\vec{k}} \tau_3 + \Delta_{\vec{k}} \tau_1) \Phi_{\vec{k},\alpha}$

# Supraleitung

- $\Phi_{\vec{k},\alpha} = \begin{pmatrix} c_{\vec{k},\uparrow} \\ c_{-\vec{k},\downarrow}^\dagger \end{pmatrix}; \quad \Phi_{\vec{k},\alpha}^\dagger = (c_{\vec{k},\uparrow}^\dagger \quad c_{-\vec{k},\downarrow})$
- $\Phi_{\vec{k},\beta} = \begin{pmatrix} c_{\vec{k},\downarrow} \\ c_{-\vec{k},\uparrow}^\dagger \end{pmatrix}; \quad \Phi_{\vec{k},\beta}^\dagger = (c_{\vec{k},\downarrow}^\dagger \quad c_{-\vec{k},\uparrow})$
- $H = \sum_{\vec{k},\alpha} \Phi_{\vec{k},\alpha}^\dagger \epsilon_{\vec{k}} \tau_3 \Phi_{\vec{k},\alpha} +$   
 $\sum_{\vec{k},\vec{k}',\vec{q},\alpha,\beta} V(\vec{k}, \vec{k}', \vec{q}) \Phi_{\vec{k}+\vec{q},\alpha}^\dagger \tau_3 \Phi_{\vec{k}+\vec{q},\alpha} \Phi_{\vec{k}'-\vec{q},\beta}^\dagger \tau_3 \Phi_{\vec{k}',\beta}$
- $H = H_{BCS} + H_1$   
 $H_{BCS} = \sum_{\vec{k},\alpha} \Phi_{\vec{k},\alpha}^\dagger (\epsilon_{\vec{k}} \tau_3 + \Delta_{\vec{k}} \tau_1) \Phi_{\vec{k},\alpha}$

# Supraleitung

- $\Phi(\vec{r}, t) \rightarrow e^{i\Phi(\vec{r}, t)\tau_3} \Phi(\vec{r}, t)$
- $\nabla \rightarrow \nabla + i\Phi(\vec{r}, t)\tau_3$

# Supraleitung

- $\Phi(\vec{r}, t) \rightarrow e^{i\Phi(\vec{r}, t)\tau_3} \Phi(\vec{r}, t)$
- $\nabla \rightarrow \nabla + i\Phi(\vec{r}, t)\tau_3$
- $H$  invariant,  $H_{BCS}$  nicht

# Supraleitung

- $\Phi(\vec{r}, t) \rightarrow e^{i\Phi(\vec{r}, t)\tau_3} \Phi(\vec{r}, t)$
- $\nabla \rightarrow \nabla + i\Phi(\vec{r}, t)\tau_3$
- $H$  invariant,  $H_{BCS}$  nicht
- Vertex in  $\tau_3$ -Kanal hätte ohne Coulomb-WW Pol bei  $\omega = \frac{v_F k}{3}$  für  $k \rightarrow 0$

# Supraleitung

- $\Phi(\vec{r}, t) \rightarrow e^{i\Phi(\vec{r}, t)\tau_3} \Phi(\vec{r}, t)$
- $\nabla \rightarrow \nabla + i\Phi(\vec{r}, t)\tau_3$
- $H$  invariant,  $H_{BCS}$  nicht
- Vertex in  $\tau_3$ -Kanal hätte ohne Coulomb-WW Pol bei  $\omega = \frac{v_F k}{3}$  für  $k \rightarrow 0$

- da Coulomb-WW:  $\omega \approx \Omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}}$

- für Higgs-Mode Vertex in  $\tau_1$ -Kanal

Energie  $\nu$  durch  $1 + V \sum_{\vec{k}} \frac{\epsilon_{\vec{k}}^2}{E_{\vec{k}}(\frac{\nu^2}{4} - E_{\vec{k}}^2)} = 0$  mit  $E_{\vec{k}}^2 = \epsilon_{\vec{k}}^2 + \Delta^2$

gegeben



# Supraleitung

- $\Phi(\vec{r}, t) \rightarrow e^{i\Phi(\vec{r}, t)\tau_3} \Phi(\vec{r}, t)$
- $\nabla \rightarrow \nabla + i\Phi(\vec{r}, t)\tau_3$
- $H$  invariant,  $H_{BCS}$  nicht
- Vertex in  $\tau_3$ -Kanal hätte ohne Coulomb-WW Pol bei  $\omega = \frac{v_F k}{3}$  für  $k \rightarrow 0$
- da Coulomb-WW:  $\omega \approx \Omega_p = \sqrt{\frac{4\pi n e^2}{m}}$
- für Higgs-Mode Vertex in  $\tau_1$ -Kanal  
Energie  $\nu$  durch  $1 + V \sum_{\vec{k}} \frac{\epsilon_{\vec{k}}^2}{E_{\vec{k}}(\frac{\nu^2}{4} - E_{\vec{k}}^2)} = 0$  mit  $E_{\vec{k}}^2 = \epsilon_{\vec{k}}^2 + \Delta^2$   
gegeben

# Messung der Higgs-Mode

- Higgs-Mode ändert Dipolmoment nicht  $\Rightarrow$  nicht im optischen Spektrum sichtbar

## Messung der Higgs-Mode

- Higgs-Mode ändert Dipolmoment nicht  $\Rightarrow$  nicht im optischen Spektrum sichtbar
- Higgs-Mode liegt in Energielücke  $\Rightarrow$  nicht Raman-Streuung sichtbar

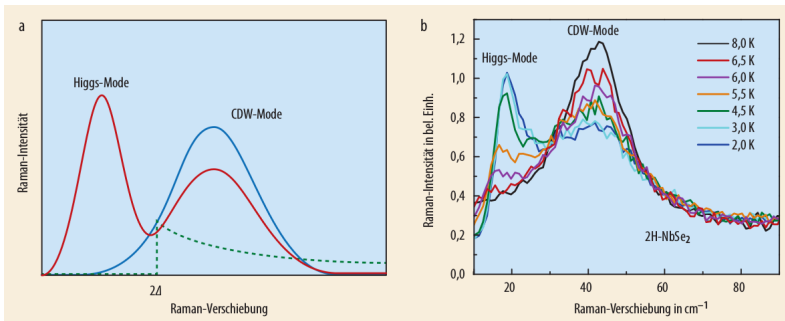
## Messung der Higgs-Mode

- Higgs-Mode ändert Dipolmoment nicht  $\Rightarrow$  nicht im optischen Spektrum sichtbar
- Higgs-Mode liegt in Energielücke  $\Rightarrow$  nicht Raman-Streuung sichtbar
- Möglichkeit: Kopplung an Ladungsdichtewelle in 2D-Supraleitern

## Messung der Higgs-Mode

- Higgs-Mode ändert Dipolmoment nicht  $\Rightarrow$  nicht im optischen Spektrum sichtbar
- Higgs-Mode liegt in Energielücke  $\Rightarrow$  nicht Raman-Streuung sichtbar
- Möglichkeit: Kopplung an Ladungsdichtewelle in 2D-Supraleitern

# Messung der Higgs-Mode

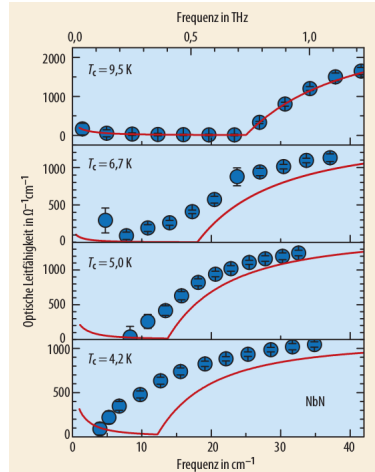


## Messung der Higgs-Mode

- Weitere Möglichkeit:  
optische Leitfähigkeit  
messen bei Probe mit  
Störstellen

# Messung der Higgs-Mode

- Weitere Möglichkeit:  
optische Leitfähigkeit  
messen bei Probe mit  
Störstellen





- C. M. Varma, Higgs Boson in Superconductors, Journal of Low Temperature Physics 126, 901 (2002)
- D. Pekker und C. M. Varma, Amplitude/Higgs Modes in Condensed Matter Physics, [http : //arxiv.org/abs/1406.2968](http://arxiv.org/abs/1406.2968)
- [http : //www.pi1.uni-stuttgart.de/publikationen/2015/ManskeDressel\\_publication2016.pdf](http://www.pi1.uni-stuttgart.de/publikationen/2015/ManskeDressel_publication2016.pdf)